Le problème du voyageur de commerce unidimensionnel avec précédences

Thierry Benoist[1], Antoine Jeanjean[1,2], Vincent Jost[2]

[1] Bouygues e-lab
40, rue de Washington, 75 008 Paris, France
{tbenoist,ajeanjean}@bouygues.com

[2] Ecole Polytechnique - Laboratoire d'informatique (LIX) 91128 Palaiseau Cedex
vincent.jost@lix.polytechnique.fr

Mots-clés *: Voyageur de Commerce*

1 Introduction

Le problème du voyageur de commerce unidimensionnel consiste à visiter un ensemble de nœuds positionnés sur un axe en parcourant le plus court chemin possible. Trivial sous cette forme, le problème prend de l'intérêt si l'on y ajoute des précédences entre les nœuds. On peut alors le formaliser comme suit :

Etant donnés:

- un ensemble P de n points $[1,n]$, ayant chacun une abscisse X_i
- un ensemble A de paires $(i,j) \in [1,n]$

Trouver une permutation L des points P telle que

- $\sum_{i=1}^{n} \left| X_{L(i)} - X_{L(i-1)} \right|$ soit minimale (avec la convention $X_{L(0)} = 0$)
- Et $\forall (i,j) \epsilon A, L^{-1}(i) < L^{-1}(j)$

A notre connaissance, ce problème n'a pas encore été étudié dans la littérature. En pratique on le rencontre dans le cadre de la planification de chantier linéaire (ex : autoroute). Il s'exprime alors ainsi : comment réaliser (avec une seule ressource) un ensemble de tâches le long du chantier en respectant les précédences entre ces tâches et en minimisant la distance parcourue ?

2 Propriétés et algorithmes

La distance entre les abscisses minimale et maximale constitue une première borne inférieure de la distance à parcourir. Nous montrerons qu'en considérant le nombre minimal de traversées de chaque tronçon (entre deux abscisses consécutives) une meilleure borne peut être obtenue.

Le problème étant unidimensionnel, certaines permutations des points sont nécessairement sous optimale bien que respectant toutes les précédences. En effet il n'est jamais pertinent de passer « par-dessus un point » n'ayant plus de prédécesseur. Il en résulte que le nombre de noeuds réellement visités par une programmation dynamique de type Held & Karp [1] est très inférieur à $n2^n$.

D’autres règles de dominance peuvent également être définies. En effet il est possible de détecter que certains points seront nécessairement visités « en passant » et peuvent donc être supprimés de l’ensemble P. En d’autres termes, il est possible d’identifier un sous-ensemble P’$\subseteq$ P dont l’optimum est identique.

Nous exposerons enfin nos résultats partiels en vue de déterminer la complexité de ce problème.

Références

[1] M. Held, R. M. Karp, *A dynamic programming approach to sequencing problems*.In Proceedings of the 1961 16th ACM national meeting (1961), pp. 71.201-71.204.